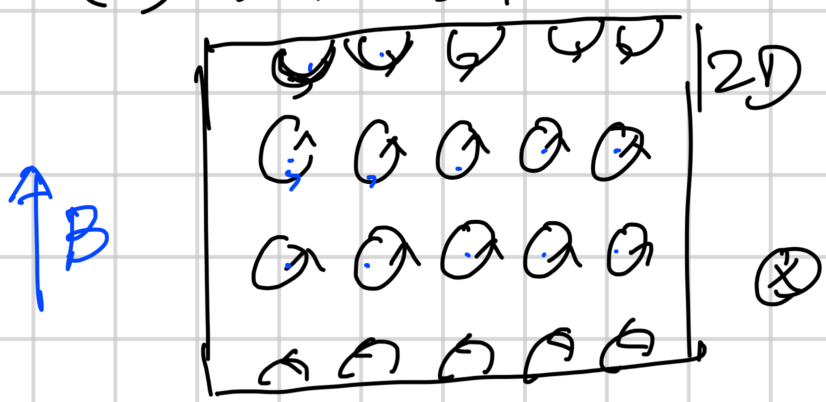
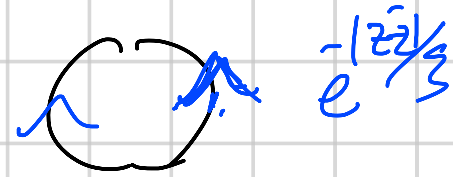
(vii) 量子Hall效应





体态不导电，角域态

chiral edge

☆ 超导BCS理论

① 同位素效应：表明电子-声子相互作用起重要作用

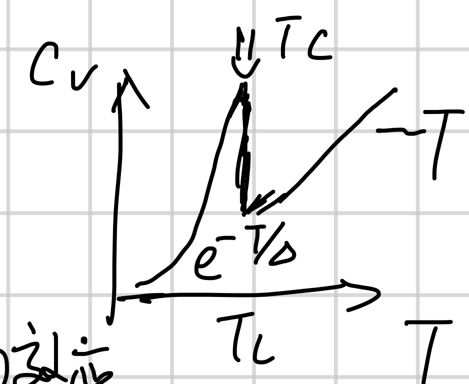
② 良导体 → 不超导

↳ ③ BCS理论：(a) 使导电子在低温下处于超导态（某种高度有序态）

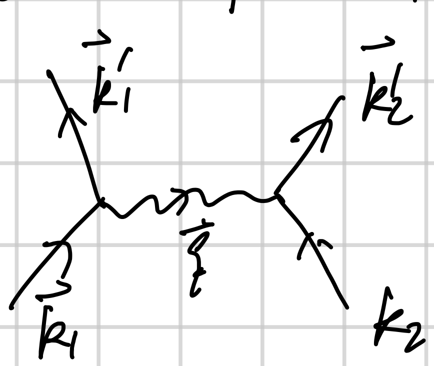
(b) 费米面改组，超导态之上存在激发

能隙，$\Delta(\sim k_B T_c)$ ：超导序参量

(c) 可以解释：转变温度（零电阻），比热，迈斯纳效应，可解释临界磁场



④ 电子-电子有效吸引势



能量下降 ↓

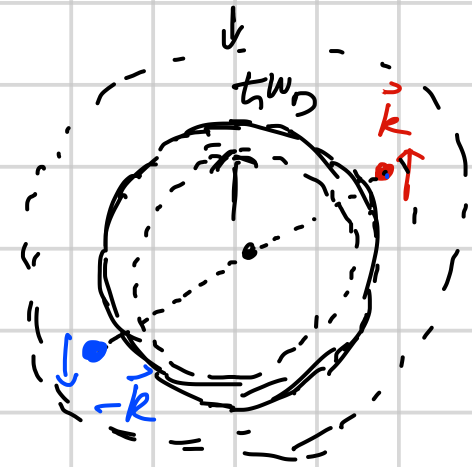
电子之间交换"虚声子" ⇒ 电子-电子相互作用

$$V_{k_1 k_2} = \begin{cases} -V & \text{if } k_1, k_2 \text{ 对应的 } |\xi_{k_1}|, |\xi_{k_2}| < \hbar\omega_D \\ 0 \end{cases}$$

德拜频率

费米面失稳 → 电子态重组为电子对.

$(\vec{k},\uparrow) \sim\sim (-\vec{k},\downarrow)$



电子对相干长度: $\xi_0 = \Delta x \sim 1/\Delta k$

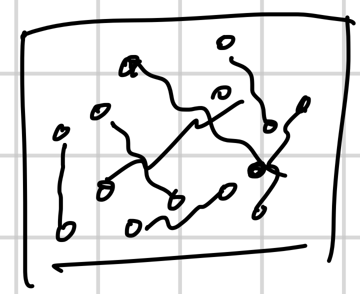
$$\frac{\hbar\Delta k \cdot \hbar k_F}{m} \sim \hbar\omega_D$$

(介观尺度)

$\Rightarrow \Delta k \sim m\omega_D/\hbar k_F \Rightarrow \xi_0 \sim \hbar k_F/m\omega_D \sim 10^{-6}\,m$. (1000nm)

② BCS 超导波函数 (宏观)

库伯对交叠和相位相干 → 集体运动.

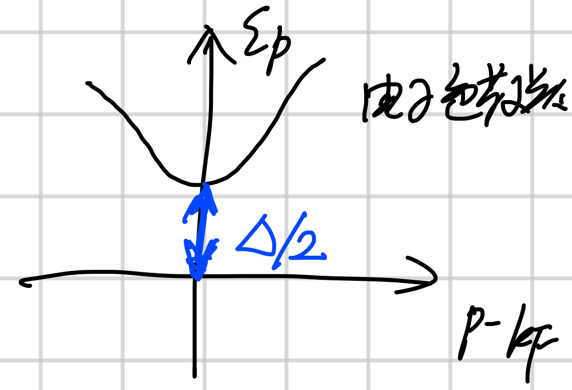


$\Psi_k = u_k \psi_k + v_k \varphi_k$ ← 未占据 ← 占据 Cooper pair

v_k^2 表示库伯对的概率. u_k^2 表示不占据概率. $u_k^2 + v_k^2 = 1$

② 能隙 $\Delta_0 = 2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{V\rho(E_F)}\right)$

德拜频率　有效吸引势　态密度



(1) 只要 $V \neq 0$. $\Delta_0 \neq 0$. 超导

(2) 拆散 1 对库伯对, 激发 2 个电子.

[严格处理需用玻戈留波夫变换 (固体物理II)]

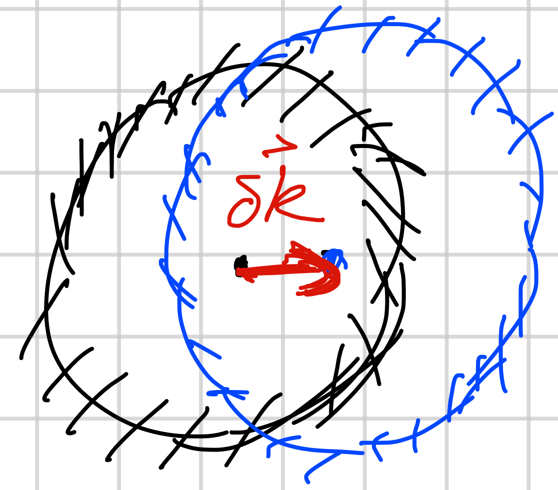
② 转变温度与临界电流

(1) $k_B T_c = 1.13\,\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{V\rho(E_F)}\right)$

$\omega_D \sim \sqrt{k/M} \Rightarrow T_c \sim 1/\sqrt{M}$. 同位素效应.

(2) 持电流超导态

$$(\vec{k}\uparrow; -\vec{k}\downarrow) \Rightarrow (\vec{k}+\delta\vec{k}\uparrow; -\vec{k}+\delta\vec{k}\downarrow)$$



- 总动量 $\hbar(2\delta\vec{k})$，库伯对质心速度 $\frac{2\hbar\delta k}{2m^*}$.

- 超导电流（$\delta\vec{k}$稳恒）

$$\vec{j}_s = n_s\cdot(-2e)\frac{\hbar\delta\vec{k}}{m}.$$

电子对密度　　电子对 $(-2e)$

能量增加 $\frac{\hbar^2 k_F\cdot\delta k}{m}\sim\Delta$（对中单个电子的能量增加）

$$\Rightarrow \frac{\hbar\delta\vec{k}}{m}\sim\Delta/\hbar k_F \Rightarrow j_s = n_s\cdot(-2e)\cdot\frac{\Delta}{\hbar k_F}.$$

若 $n_s = 3\times10^{22}\,cm^{-3}$.　$\Delta = 10^{-4}\,eV$ （~meV）

$k_F = 10^{8}\,cm^{-1}$.

$\Rightarrow$ 超导电流（临界） $j_s^c = 10^{7}\,A/cm^2$